A. FONTOURA DA COSTA

PINHAS D' ANNEL

DE UM SÓ CORDÃO

Encyclopedie de jeu

T. Moulidar

PINHAS D'ANNEL

DE

UM SÓ CORDÃO

POR

A. FONTOURA DA COSTA

2.º TENENTE D'ARMADA

LISBOA
TYP. DO DICCIONARIO UNIVERSAL PORTUGUEZ
26, Rua de S. Mamede (ao Caldas), 26
1893

Aos meus mestres os capitães-tenentes

Antonio Azevedo e Vasconcellos
Antonio Julio de Oliveira Andréa

Dignae-vos acceitar este pequeno estudo em reconhecimento do quanto vos estimo e vos admiro

A. Fontoura da Costa

2.º tenente

Este pequeno trabalho, que apresentamos aos nossos camaradas, é apenas uma tentativa de applicação da theoria a um dos mais bellos ramos da arte do marinheiro: **as pinhas d'annel feitas de um só cordão.**

Cumpre-nos agradecer ao commandante Azevedo a boa vontade com que nos ensinou a urdição da maior parte das pinhas madres e os dois processos d'augmento: pela direita e pela esquerda, elementos estes que foram a base do nosso estudo; ao Guarda Marinha Soveral Martins a graciosa amabilidade com que se promptificou a desenhar as figuras e a meu primo o engenheiro Alvaro Simões o cuidado e o interesse que mostrou na revisão das provas.

Bordo da Quanza, em Tungue,
Julho e Agosto de 1892.

A. FONTOURA

2.º TENENTE

PINHAS D'ANNEL

DEFINIÇÕES

1. — Pinha — É uma figura formada por um ou mais cordões perfeitamente encadeados em fórma de xadrez e apresentando o aspecto de uma pinha, botão, annel ou cylindro, ananaz, rosa, etc.

Vamos estudar as pinhas d'annel ou cylindricas formadas de um só cordão, linha ou fio.

2. — Urdir. — É construir uma pinha.

Ha pinhas que se urdem immediatamente: são as *madres*, outras urdem-se de pinhas já urdidas e dá-se-lhes apenas o nome de *pinhas*.

3. — Chicotes — São os extremos do cordão e são: um *fixo*, outro *movel*, o primeiro é o que se não move ao urdir a pinha *F* fig. (6) e (7), o segundo *M* o que a urde.

4. — Cobrir ou encher. — É seguir com o chicote movel parallelamente ao fixo e pela sua direita, de fórma a parecer que a pinha foi urdida por dois ou mais cordões juntos.

Uma pinha bem coberta deve ficar com os intervallos entre as voltas do cordão totalmente prehenchidas pelas novas voltas, devendo, caso seja necessario, abrir passagem ao chicote movel com uma espicha ou passadôr.

5. — Filaças — São as voltas completas que o cordão dá para urdir uma pinha, isto é: as que se contam sobre uma geratriz. A fig. (7) tem 7 filaças e a fig. (11) tem tambem 7.

Cada volta ou filaça d'uma pinha urdida compõe-se apenas de um cordão.

N'uma pinha coberta ou cheia, cada filaça compõe-se de mais tantas voltas de cordão parallelas á primeira quantas vezes se seguiu com o chicote movel pela direita do fixo.

6. — Gomos — São na base da pinha as partes *ab* fig. (7) e (11) de uma filaça que ficam comprehendidas entre as filaças anterior e posterior.

7. — NOTAÇÃO DAS PINHAS — Uma pinha póde ser definida pelo seu numero de filaças F e gomos G de uma base: representa-se por um quebrado $\frac{F}{G}$, cujos numerador e denominador são respectivamente aquelles numeros, e lê-se pinha de F com G.

8. — AUGMENTAR — É deduzir de uma pinha urdida e não coberta uma outra, augmentando os seus numeros de filaças e gomos.

Ha dois processos de augmentarem as pinhas, pela direita ou pela esquerda.

Primeiro. — Segue-se com o chicote movel parallelamente ao fixo e pela sua direita um numero de voltas n adiante determinado. Nas bazes cruzam-se o cordão primittivo e o chicote movel, passando estes por cima fig. (12) ou por baixo fig. (8) e (9) d'aquelle conforme passaram ambos por cima ou por baixo da filaça ff' que determinou o gomo antecedente.

Em seguida o chicote movel vae separar as voltas acompanhadas passando entre cada dois cordões fig. (11) e (12) alternadamente por cima ou por baixo das filaças porque elles passaram por baixo ou por cima, isto é: formando «*xadrez*».

Segundo. — Segue-se com o chicote movel por baixo e pela esquerda do fixo fig. (16). Nas bazes cruzam-se o cordão primitivo e o chicote movel, passando este por cima ou por baixo d'aquelle conforme passaram ambos por baixo ou por cima da filaça que determinou o gomo antecedente, terminando-se como no primeiro processo, fig. (13).

THEORIA E PRATICA

9. — Por definição sabemos que d'uma pinha se urdem outras augmentando os seus numeros de filaças e gomos. Mostremos como ambos augmentam e depois que ha sempre pinhas susceptiveis de serem augmentadas.

10. — FILAÇAS [1] — Sejam f, g, F, G, os numeros de filaças e gomos da pinha primitiva e da nova e n um numero inteiro.

O numero de filaças seguidas é:

$$n \pm \frac{1}{g}$$

conforme vae pela direita ou pela esquerda do chicote fixo.

O numero de filaças ou voltas que separam as seguidas é:

$$n \mp \frac{1}{g}$$

[1] É resultado da observação sobre as proprios pinhas.

logo o numero total de voltas augmentadas é:

$$2n = F - f \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1).$$

Este numero n é importantissimo, pois exprime o numero de filaças ou voltas seguidas.

11. — GOMOS [1] — A cada filaça da pinha de $\frac{f}{g}$ corresponde um numero de gomos

$$\frac{g}{f}$$

acompanhando-a n voltas pela direita ou esquerda, isto é, realmente:

$$(n \pm \frac{1}{g}) \text{ voltas,}$$

o numero de gomos acompanhados é:

$$(n \pm \frac{1}{g}) \frac{g}{f} = \frac{ng \pm 1}{f} = m$$

ou

$$ng \pm 1 = m f \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

onde m é um numero inteiro.

Cada gomo seguido produz mais dois, na separação das filaças seguidas, logo:

$$2m = G - g \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$

O numero m é tambem muito importante.

12. — SÓ DÃO ORIGEM A NOVAS PINHAS AS QUE TEEM O NUMERO DE FILAÇAS PRIMO COM O DOS GOMOS. — Na formula (2) o maximo divisor commum entre f e g é tambem o maximo divisor commum entre g e 1, logo f e g são primos entre si. Tres soluções são exceptuadas:

$$\left.\begin{matrix} f = 0 \\ g = 1 \end{matrix}\right\} \left.\begin{matrix} = 1 \\ = 1 \end{matrix}\right\} \left.\begin{matrix} = 1 \\ = 0 \end{matrix}\right\}$$

13. — TODA A PINHA URDIDA DE OUTRA PINHA TEM O NUMERO DE FILAÇAS PRIMO COM O DOS GOMOS. — *Equação geral das pinhas.*

Das formulas (1) e (3) deduz-se:

$$f = F - 2n$$

e

$$g = G - 2m$$

substituindo-se em (2) tem-se:

$$n\,G \pm 1 = m\,F. \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (4$$

que mostra ser F primo com G (n.º 12).

---

[1] É resultado da observação sobre as proprias pinhas.

A esta equação a mais importante de toda a theoria das pinhas démos o nome de: *Equação geral das pinhas d'annel.*

Por ser F primo com G é irreductivel o quebrado representativo de uma pinha (n.º 7) $\frac{F}{G}$.

14. — Toda a pinha cujos numeros de filaças e gomos são superiores a 2, é originaria d'outra pinha inferior e só d'uma.

Tomemos a equação geral (4). Demonstra-se em arithmetica que sendo F e G primos entre si, dividindo por G o producto de F por todos os numeros inferiores a G:

$$1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5, \ldots\ldots\ldots\ldots (G - 1),$$

se obteem para restos estes mesmos numeros em qualquer ordem.

Como o signal superior equivale ao resto $+ 1$, o inferior equivalerá a $(G - 1)$. Se um dos factores fôr m o outro será $(G - m)$ [1], logo ha sempre só duas soluções de valores, menores que F e G, que satisfaçam á equação, uma para cada signal.

Como deve sempre ser (n.os 10 e 11):

$$n \leqq \frac{F}{2} \text{ e } m \leqq \frac{G}{2}$$

só uma das soluções satisfaz a correspondente a um dos signaes.

15. — Madres theoricas. — Examinando a equação geral das pinhas d'annel (4), vê-se que ha 3 pinhas irreductiveis e perfeitamente theoricas a que chamamos:

madres theoricas — $\frac{0}{1}, \frac{1}{1}, \frac{1}{0}$

que dão signaes ás pinhas seguintes:

F por G impar	$\frac{0}{1}$	$\frac{2}{3}, \frac{2}{5}, \frac{2}{7}$ .... etc. F < G.	Praticas	.....(*a*)
		$\frac{2}{1}, \frac{4}{1}, \frac{6}{1}$ .... etc. F > G.	Praticas	.....(*b*)
F impar G impar	$\frac{1}{1}$	$\frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}$ .. etc. F < G	Theoricas	...(*c*)
		$\frac{3}{1}, \frac{5}{1}, \frac{7}{1}, \frac{9}{1}$ .. etc. F > G	Praticas	........(*d*)
		$\frac{5}{3}, \frac{7}{5}, \frac{9}{7}$ .. etc. F > G	Praticas	........(*e*)
		$\frac{3}{5}, \frac{5}{7}, \frac{7}{9}$ .. etc. F < G	Praticas	........(*f*)

---

[1]
$$F G - (n G + 1) = F G - m F$$
$$(F - n) G - 1 = (G - m) F$$

$$\left.\begin{array}{l}\text{F impar}\\ \text{G par}\end{array}\right\}\ \frac{1}{0}\left\{\begin{array}{llll}\frac{1}{2},\ \frac{1}{4},\ \frac{1}{6} & \ldots\ \ldots\ \text{F} < \text{G Theoricas} \ldots\ldots & (g)\\ \frac{3}{2},\ \frac{5}{2},\ \frac{7}{2} & \ldots\ldots\ \text{F} > \text{G Praticas} \ldots\ldots & (h)\end{array}\right.$$

As pinhas de 1 filaça são theoricas, todas as outras são praticas.

Para examinar a equação geral, resolve-se como indica a Nota I.

As pinhas praticas deduzidas directamente das madres e pinhas theoricas chamam-se:

16. — MADRES PRATICAS. — Coordenando-as, teremos:

$$\left.\begin{array}{l}\text{De 2 filaças}\\ \text{De 1 gomo}\end{array}\right\}\ \frac{2}{1}\left\{\begin{array}{lll}\frac{2}{3},\ \frac{2}{5},\ \frac{2}{7} & \ldots\ldots\ldots\ldots\ \text{etc.}\ \ldots\ldots\ldots\ldots & (a)\\ \frac{3}{1},\ \frac{4}{1},\ \frac{5}{1} & \ldots\ldots\ldots\ldots\ \text{etc.}\ \ldots\ldots\ldots\ldots & (b)\end{array}\right.$$

$$\text{Pinhas urdidas de}\ \frac{1}{0}\ \ldots\ldots\ \frac{3}{2},\ \frac{5}{2},\ \frac{7}{2}\ \ldots\ \text{etc.}\ \ldots\ldots\ldots\ (c)$$

$$\left.\begin{array}{llll}
\text{»} & \text{»} & \frac{1}{1}\ \ldots & \frac{3}{5},\ \frac{5}{7},\ \frac{7}{9}\ \ldots\ \text{etc.}\\
\text{»} & \text{»} & \frac{1}{2}\ \ldots\ldots & \frac{3}{8},\ \frac{5}{12},\ \frac{7}{16}\ \ldots\ \text{etc.}\\
\text{»} & \text{»} & \frac{1}{3}\ \ldots & \frac{3}{11},\ \frac{5}{17},\ \frac{7}{23}\ \ldots\ \text{etc.}\\
\text{»} & \text{»} & \frac{1}{4}\ \ldots\ldots & \frac{3}{14},\ \frac{5}{22},\ \frac{7}{30}\ \ldots\ \text{etc.}\\
\text{»} & \text{»} & \text{»}\ \ldots\ldots & \text{»}\ ..\ \text{»}\ ..\ \text{»}\ \ldots\ \text{»}\\
\text{»} & \text{»} & \text{»}\ \ldots\ldots & \text{»}\ ..\ \text{»}\ ..\ \text{»}\ \ldots\ \text{»}
\end{array}\right\}\ \frac{\text{madre geral}}{2\,\text{S}+1}\ \Big|\ \text{mult}\ (2\,\text{S}+1)+2\ ..(d)$$

$$\text{Pinhas deduzidas de}\ \left.\begin{array}{llll}
 & & \frac{1}{1}\ \ldots & \frac{3}{1},\ \frac{5}{3},\ \frac{7}{5}\ \ldots\ \text{etc.}\\
\text{»} & \text{»} & \frac{1}{2}\ \ldots\ldots & \frac{3}{4},\ \frac{5}{8},\ \frac{7}{12}\ \ldots\ \text{etc.}\\
\text{»} & \text{»} & \frac{1}{3}\ \ldots & \frac{3}{7},\ \frac{5}{13},\ \frac{7}{19}\ \ldots\ \text{etc.}\\
\text{»} & \text{»} & \frac{1}{4}\ \ldots\ldots & \frac{3}{10},\ \frac{5}{18},\ \frac{7}{26}\ \ldots\ \text{etc.}\\
\text{»} & \text{»} & \text{»}\ \ldots\ldots & \text{»}\ ..\ \text{»}\ ..\ \text{»}\ \ldots\ \text{»}\\
\text{»} & \text{»} & \text{»}\ \ldots\ldots & \text{»}\ ..\ \text{»}\ ..\ \text{»}\ \ldots\ \text{»}
\end{array}\right\}\ \frac{\text{madre geral}}{2\,\text{S}+1}\ \Big|\ \text{mult}\ (2\,\text{S}+1)-2\ ..(e)$$

Resumindo tem-se:

madres praticas		
	Todas as pinhas de 2 filaças	(*a*)
	» » » » 1 gomo	(*b*)
	» » » » 2 gomos	(*c*)
	» » » que satisfaçam á expressão $\frac{2S+1}{\text{mult}(2S+1)\pm 2}$	(*d e*)

Todas as pinhas deduzidas das madres praticas são praticas e todas, excepto as de 1 gomo são symetricas.

17. — URDIR AS MADRES PRATICAS.

(*a*) *Pinhas de 2 filaças.* — A pinha de $\frac{2}{1}$ acha-se indicada na fig. (1). A de $\frac{2}{3}$ fig. (15) obtem-se torcendo as 2 filaças de $\frac{2}{1}$ uma vez. A de $\frac{2}{5}$, torcendo 2 vezes.

Em geral a pinha de $\frac{2}{2S+1}$ urde-se torcendo S vezes as filaças de $\frac{2}{1}$ e terminando-a como esta pinha.

(*b*) *Pinhas de 1 gomo.* — Acham-se indicadas nas fig. (1), (2) e (3), não necessitam explicações.

(*c*) *Pinhas de 2 gomos.* — Serie (c) do n.º 16.

A de $\frac{3}{2}$ vae indicada na fig. (4). A de $\frac{5}{2}$, na fig. (5).

A de $\frac{7}{2}$ obtem-se formando $\frac{7-1}{2}=3$ voltas parallelas e eguaes a a_1, a_2, a_3, fig. (6) e terminando-a como se fosse de $\frac{3}{2}$ ou de $\frac{5}{2}$ fig. (7). A de $\frac{9}{2}$, formando $\frac{9-1}{2}=4$ voltas eguaes e parallelas a a_1, (contando esta) e terminando-a como as de $\frac{3}{2}$, $\frac{5}{2}$ e $\frac{7}{2}$.

Em geral $\frac{2S+1}{2}$ obtem-se formando S voltas eguaes e parallelas a a_1, fig. (6) (contando esta) e terminando-a como as de $\frac{3}{2}$, $\frac{5}{2}$... já indicadas.

(*d*) *Pinhas da fórma* $\frac{2S+1}{mult\,(2S+1)+2}$. — Obtêm-se como as $\frac{2S+1}{2}$, dando voltas de annel.

Assim a pinha de $\frac{7}{9}$ principia-se como a de $\frac{7}{2}$ fig. (6) até dar as $\frac{9-1}{2} = 3$ voltas eguaes e parallelas a_1, a_2, a_3, em seguida passa-se a volta *b* por baixo das 3 voltas e o chicote movel passando por cima d'ellas vae enfiar n'aquella debaixo para cima, voltando por cima a enfiar á direita, como no principio, em *b*, d'esta fórma fica uma figura semelhante á fig. (6) com mais uma volta d'annel. Termina-se em seguida como a de $\frac{7}{2}$ acompanhando sempre a separação das 3 voltas e attendendo aos gomos nas extremidades, para o que se deve passar sempre a filaça da direita, das que queremos separar (primeiro a_1, depois a_2), por baixo das outras.

A figura seria complicada e nada explicaria, o melhor será começar por urdir $\frac{3}{5}$, $\frac{5}{7}$ e depois $\frac{7}{9}$.

A de $\frac{7}{12}$ urde-se dando 2 voltas d'annel.

Em geral a pinha de $\frac{2S+1}{mult\,(2S+1)+2}$ urde-se começando pela de $\frac{2S+1}{2}$, dando um numero de voltas d'annel egual a *mult* e terminando como se fosse esta pinha, notando o que se disse para a terminação de $\frac{7}{9}$.

A pinha madre geral d'este grupo deduz-se da theorica $\frac{1}{mult}$, como indica o quadro (*d*) do numero 16, onde o numero de gomos representa o de voltas d'annel.

(*e*) *Pinhas da forma* $\frac{2S+1}{mult\,(2S+1)-2}$. — Serie (*e*) do n.º 16.

A pinha de $\frac{7}{5}$ urde-se como segue:

Começa-se a pinha de $\frac{7}{2}$ ficando as voltas a_1, a_2 e a_3, da esquerda para a direita fig. (14), o chicote movel vae separar estas voltas começando entre a_1, a_2, e a_3, depois entre a_2 e a_3.

Deve ter-se attenção a que no fim dos gomos desde a esquerda se passa a volta a_1, que fica só por baixo das outras a_2, a_3, em seguida

ao separar-se a_2 de a_3 passa-se a_2 por debaixo de a_3, do mesmo modo que se passou a_1 por baixo de a_2 e a_3.

A pinha de $\frac{7}{12}$ obtem-se dando 1 volta d'annel a $\frac{7}{5}$ antes da separação das voltas a_1, a_2, a_3.

Em geral a pinha de $\frac{2S+1}{\text{mult}\,(2S+1)-2}$ urde-se fazendo F voltas eguaes a a_1, a_2, a_3 .... e dando um numero de voltas d'annel egual a (mult — 1). A separação começa da esquerda para a direita: a_1 de a_2, a_3 ..., passando a_1 por debaixo das outras na esquerda e direita, depois de principiar a separação. Em seguida faz-se o mesmo a a_2 ..., etc.

Esta pinha deduz-se da theorica $\frac{1}{\text{mult}}$, como indica o quadro (*e*) do n.º 16, onde o numero de gomos representa o de voltas d'annel menos 1.

18. — Pinhas deduzidas das madres praticas.

Demonstra-se em arithmetica que sendo F e G primos entre si, os restos que se obteem, dividindo por G o producto de F por cada um dos termos consecutivos de uma progressão arithmetica cuja razão é G, reproduzem-se de F em F divisões.

Assim, conclue-se pelo que acabamos de indicar e pelo n.º 13 que todos os valores de n e m que satisfaçam á equação geral (4):

$$n\,G \pm 1 = m\,F$$

são representados para todos os signaes + ou para todos os — por:

$$\pm \begin{cases} n = n' + rF \\ m = m' + rG \end{cases} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

e para todos os — ou para todos os + por:

$$\pm \begin{cases} n = (F - n') + rF \\ m = (G - m') + rG \end{cases} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

onde r é uma variavel que pode tomar todos os valores inteiros desde 0 e $n' \leqq \frac{F}{2}$, $m' \leqq \frac{G}{2}$ os primeiros e menores valores de n e m correspondentes a $r = 0$.

Todas as pinhas deduzidas da madre pratica $\frac{F}{G}$ correspondem ás soluções (5) e (6). Os seus numeros de filaças e gomos são representados por (1) e (2):

$$\left.\begin{array}{l} F_1 = F + 2n \\ G_1 = G + 2m \end{array}\right\} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

19. — PINHAS DEDUZIDAS DE QUALQUER PINHA.

Representando por $\frac{F}{G}$ uma pinha qualquer não madre, todas as pinhas a que dá origem correspondem ás soluções (5) e (6), os seus numeros de filaças e gomos sendo indicados por (7).

20. — RAMOS DE MADRES. — De uma qualquer madre $\frac{F^0}{G_0}$ deduz-se uma pinha $\frac{F_1}{G_1}$ dando a n e m uma das soluções (5) e (6), esta pinha tem uma solução: a menor n' e m' egual á solução que lhe deu origem e tratada por ella origina uma nova pinha $\frac{F_2}{G_2}$ cuja menor solução é tambem a antecedente, tratada por ella dá $\frac{F_3}{G_3}$, e assim indefinidamente. De forma que uma madre dá origem a varios ramos de pinhas e cada um correspondente a uma das soluções (5) e (6).

Cada valor de r indica um ramo da madre. Os dois correspondentes a $r = 0$ chamam-se *naturaes* [1], os outros seguem a ordem natural dos numeros.

O ramo é *direito* ou *esquerdo* conforme se tomar o signal $+$ ou $-$ na equação geral (4).

Exemplo 1. — Seja a madre de $\frac{15}{13}$

é

$$15 = 13 + 2 \qquad \left\{\begin{array}{l} 1 \\ 6 = m' \\ 7 = n' \end{array}\right.$$
$$13 = \ 6 \, . \, 2 + 1$$

	ESQUERDO	DIREITO
Ramo natural $r = 0$. —	$\left\{\begin{array}{l} n = 7 \\ m = 6 \end{array}\right.$	$+ \left\{\begin{array}{l} 8 \\ 7 \end{array}\right.$
1.º ramo $r = 1$. —	$\left\{\begin{array}{l} n = 22 \\ m = 19 \end{array}\right.$	$+ \left\{\begin{array}{l} 23 \\ 20 \end{array}\right.$
2.º ramo $r = 2$. —	$\left\{\begin{array}{l} n = 37 \\ m = 32 \end{array}\right.$	$+ \left\{\begin{array}{l} 38 \\ 33 \end{array}\right.$

etc.

[1] As pinhas de 1 gomo teem apenas *um natural*, correspondente a $m = 1$, a solução $m = 0$ serve sómente para obter as soluções superiores a $m = 1$ por (5) e (6).

Pinhas dos ramos da madre $\left\{\frac{15}{13} = \frac{F_0}{G_0}\right.$

$$\text{Ramo natural} \begin{cases} \text{esq.} & \frac{29}{25}, \frac{43}{37} \dots\dots\dots\dots\dots \text{etc.} \\ \text{dir.} & \frac{31}{27}, \frac{45}{39} \dots\dots\dots\dots\dots \text{»} \end{cases}$$

$$1.^{o}\ \text{ramo} \begin{cases} \text{esq.} & \frac{59}{51}, \frac{103}{89} \dots\dots\dots\dots\dots \text{»} \\ \text{dir.} & \frac{61}{53}, \frac{107}{93} \dots\dots\dots\dots\dots \text{»} \end{cases}$$

$$2.^{o}\ \text{ramo} \begin{cases} \text{esq.} & \frac{89}{77}, \frac{163}{141} \dots\dots\dots\dots\dots \text{»} \\ \text{dir.} & \frac{91}{79}, \frac{167}{145} \dots\dots\dots\dots\dots \text{»} \end{cases}$$

Exemplo 2. — Seja a madre $\frac{2}{5}$

$$5 = 2 \,.\, 2 + 1 \quad - \begin{cases} 1 = n' \\ 2 = m' \end{cases}$$

	ESQUERDO	DIREITO
Ramo natural $r = 0$. —	$\begin{cases} n = 1 \\ m = 2 \end{cases}$	$+\begin{cases} 1 \\ 3 \end{cases}$
$1.^{o}$ ramo $r = 1$. —	$\begin{cases} n = 3 \\ m = 7 \end{cases}$	$+\begin{cases} 3 \\ 8 \end{cases}$

etc.

Pinhas dos ramos da madre $\frac{2}{5}$:

$$\text{Ramo natural} \begin{cases} \text{esq.} & \frac{4}{9}, \frac{6}{13} \dots\dots\dots\dots\dots \text{etc.} \\ \text{dir.} & \frac{4}{11}, \frac{6}{17} \dots\dots\dots\dots\dots \text{»} \end{cases}$$

$$1.^{o}\ \text{ramo} \begin{cases} \text{esq.} & \frac{8}{19}, \frac{14}{33} \dots\dots\dots\dots\dots \text{»} \\ \text{dir.} & \frac{8}{21}, \frac{14}{37} \dots\dots\dots\dots\dots \text{»} \end{cases}$$

etc.

21. — RAMOS DE QUALQUER PINHA. — Cada pinha $\frac{F}{G}$ dá origem a uma serie de novas pinhas (n.º 19), raciocinando pois como no numero antecedente conclue-se que tambem dá origem a uma serie de ramos direitos e esquerdos.

Tem só um ramo natural, correspondente a $r = 0$ e a

$$\begin{cases} n = F - n' \\ m = G - m' \end{cases}$$

direito ou esquerdo conforme esta solução estiver affectada do signal + ou —, porque a solução

$$\begin{cases} n = n' \\ m = m' \end{cases}$$

de menores valores, que daria o outro ramo, corresponde a um ramo esquerdo ou direito de uma outra pinha, que é a origem do ramo de que $\frac{F}{G}$ faz parte.

Todos os outros seguem a ordem natural dos numeros e correspondem a $r = 1, 2, 3, \ldots$ etc., e ás soluções (5) e (6).

Exemplo 3. — Seja a pinha $\frac{5}{4}$ (deduzida de $\frac{3}{2}$):

$$5 = 4 + 1 \qquad + \begin{cases} 1 = m' \\ 1 = n \end{cases}$$

	ESQUERDO	DIREITO
Ramo natural $r = 0$.	$-\begin{cases} n = 4 \\ m = 3 \end{cases}$	$+\begin{cases} \text{não ha} \end{cases}$
1.º ramo $r = 1$	$-\begin{cases} n = 9 \\ m = 7 \end{cases}$	$+\begin{cases} 6 \\ 5 \end{cases}$

— etc. —

Pinhas dos ramos das pinhas $\frac{5}{4}$:

Ramo natural	esq.	$\frac{13}{10}$, $\frac{21}{16}$, $\frac{29}{22}$ .... etc
	dir.	—, —, —, não ha.
1.º ramo	esq.	$\frac{23}{18}$, $\frac{41}{32}$, $\frac{59}{46}$ ....
	dir.	$\frac{17}{14}$, $\frac{29}{24}$, $\frac{41}{34}$ ....

— etc. —

22. — Pinhas geraes dos ramos.

N'um ramo as filaças e gomos da origem e das pinhas que o compõem:

$$\frac{F_0}{G_0} \text{ origem. } \frac{F_1}{g_1}, \frac{F_2}{g_2}, \ldots\ldots \frac{F_s}{g_s} \ldots\ldots \text{ etc.}$$

estão em progressões arithmeticas crescentes cujas razões são respectivamente $2n$ e $2m$, como facilmente se observa.

Para a pinha de $\frac{F_s}{G_s}$ será:

$$\left.\begin{array}{l} F_s = F_0 + 2ns \\ G_s = G_0 + 2ms \end{array}\right\} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (8)$$

A pinha origem do ramo deduz-se do $\frac{F_s}{G_s}$ por:

$$\left.\begin{array}{l} F_0 = F_s - 2ns \\ G_0 = G_s - 2ms \end{array}\right\} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (9)$$

O valor de s será dado por:

$$\frac{F_s - 2}{2n} = s + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (10)$$

onde empregâmos sempre o signal $+$. Subtrahimos 2 a F_s para evitar a introducção das pinhas theoricas como origem dos ramos praticos.

Assim tendo a pinha $\frac{F_0}{G_0}$ e querendo $\frac{F_s}{G_s}$ urde-se $\frac{F_1}{G_1}$ d'aquella; em seguida $\frac{F_2}{G_2}$ de $\frac{F_1}{G_1}$, $\frac{F_3}{G_3}$ de $\frac{F_2}{G_2}$ etc.... d ahi $\frac{F_s}{G_s}$. A pinha $\frac{F_s}{G_s}$ é a de ordem s deduzida de $\frac{F_0}{G_0}$.

D'aqui a grande importancia de s.

Exemplo 4. — Seja o ramo:

$$\frac{F_0}{G_0} = \frac{7}{3}, \frac{13}{5}, \frac{19}{7}, \frac{25}{9}, \frac{31}{11} = \frac{F_s}{G_s} \ldots\ldots$$

onde é $\quad + \left\{\begin{array}{l} n = 3 \\ m = 1. \end{array}\right.$

Será $\quad \frac{31 - 2}{2 \times 3} = \frac{29}{6} = 4 + \ldots\ldots$ ou $s = 4$.

A pinha $\frac{31}{11}$ é a 4.ª do ramo de que $\frac{7}{3}$ é origem

e
$$F_0 = 31 - 4 \times 6 = 7$$
$$G_0 = 11 - 4 \times 2 = 3.$$
$$\frac{F_0}{G_0} = \frac{7}{3} \text{ a origem.}$$

E' de notar que tambem a somma ou differença das filaças e gomos da pinha origem e das que compõem um ramo estão em progressões arithmeticas crescentes cuja razão é $2 (n \pm m)$.

23. — Determinar os valores de n e m para a pinha $\frac{F_0}{G_0}$ origem de um ramo, conhecendo os seus valores para a pinha de $\frac{F_s}{G_s}$ d'este ramo.

Sejam n'_s e m'_s os menores valores de n e m para a pinha $\frac{F_s}{G_s}$ correspondentes a $\pm$. Estes valores são uma das soluções da pinha $\frac{F_0}{G_0}$.

Eis como d'elles se determinam os menores n' e m' d'esta pinha e portanto todos os outros por (5) e (6).

Substituindo n'estas formulas n e m por n'_s e m'_s vem:

$$+\begin{cases} n' = n'_s - rF_0 \\ m' - m'_s - rG_0 \end{cases} \qquad -\begin{cases} n' = (r+1) F_0 - n'_s \\ m' = (r+1) G_0 - m'_s \end{cases}$$

pelas quaes se obtem $n' \leqq \frac{F_0}{2}$ e $m' \leqq \frac{G_0}{2}$ e r. O signal $+$ indica que a solução tem o mesmo signal que n'_s, m'_s e o signal $-$ indica que tem o signal contrario.

Exemplo 5. — Seja

$$\frac{F_s}{G_s} = \frac{120}{101} \text{ para a qual é } + \begin{cases} n'_s = 19 \\ m'_s \quad 17 \end{cases}$$

é

$$\frac{118}{2 \times 19} = 3 + \ldots\ldots \text{ ou } s = 3$$

$$F_0 = 120 - 3 \times 38 = 6$$

$$G_0 = 101 - 3 \times 32 = 5$$

$$\frac{F_0}{G_0} = \frac{6}{5}$$

$$\left.\begin{matrix} n' = 19 - 3 \times 6 = 1 \\ m' = 16 - 3 \times 5 = 1 \end{matrix}\right\} +$$

$$r = 3.$$

A pinha de $\frac{120}{101}$ é a 3.ª do 3.º ramo direito de $\frac{6}{5}$.

Posto isto façamos o

24. Estudo de qualquer pinha.

Vamos indicar o processo de urdição de uma pinha qualquer, isto é, vamos achar a madre por onde se começa; d'esta madre passa-se

a uma pinha de um dos seus ramos e que dá origem a outro ramo a que pertence outra pinha, origem de um outro ramo, etc. . . . . . . até chegarmos a um ramo que contenha a pinha desejada.

Suppunhamos que queremos urdir a pinha $\frac{F_s}{G_s}$, primeiro devemos saber se realmente é pinha, para o que deve ser F_s primo com G_s o que facilmente se observa fazendo a divisão do maior pelo menor, d'este pelo resto e assim até se chegar a um resto egual a ± 1 ou 0, no primeiro caso são primos e no segundo não o são.

Appliquemos-lhe em seguida a equação geral das pinhas d'annel (4) e achemos os menores valores n'_s e m'_s (Nota I).

Pelo n.º 22 conclue-se ser a pinha s de um ramo de pinha $\frac{F_0}{G_0}$.

Para esta determinamos n'_0 e m'_0 e o ramo a que pertence $\frac{F_s}{G_s}$ como indica o n.º antecedente.

Conhecidos n'_0 e m'_0 applica-se a $\frac{F_0}{G_0}$ o que indicam os n.os 22 e 23 e concluimos ser a pinha tal de tal ramo, cuja origem é uma outra pinha, e assim por diante até se encontrar uma origem que seja madre pratica.

Uns exemplos esclarecerão a questão.

Exemplo 6. — Urdir a pinha de $\frac{120}{83}$.

Á equação geral (Nota I) dá:

$$\left.\begin{aligned} 120 &= 83 + 37 \\ 83 &= 37 \times 2 + 9 \\ 37 &= 9 \times 4 + 1 \end{aligned}\right\} \quad \left.\begin{aligned} &4 \\ &9 = m' \\ &13 = n' \end{aligned}\right\} +$$

CALCULO DE s

$$\frac{120 - 2}{2 \times 13} = 4 + \dots \text{ ou } s = 4$$

CALCULO DA PINHA ORIGEM

$$\frac{120 - 4 \times 26}{83 - 4 \times 18} = \frac{16}{11}.$$

CALCULO DO RAMO

$$+\left\{\begin{aligned} 13 &= 16 - 3 \\ 9 &= 11 - 2 \end{aligned}\right. \qquad \left.\begin{aligned} n' &= 3 \\ m' &= 2 \end{aligned}\right\} -$$

$\frac{120}{83}$ é a 4.ª pinha do ramo natural direito de $\frac{16}{11}$

Vejamos $\frac{16}{11}$:

$$\frac{14}{6} = 2 + \dots \text{ ou } s = 2 \qquad \frac{16 - 12}{11 - 8} = \frac{4}{3}$$

$$- \begin{cases} 3 = 4 - 1 \\ 2 = 3 - 1 \end{cases} \qquad + \begin{cases} n' = 1 \\ m' = 1 \end{cases}$$

$\frac{16}{11}$ é a 2.ª pinha do ramo natural esquerdo de $\frac{4}{3}$.

Vejamos $\frac{4}{3}$:

$$\frac{2}{2} = 1 = s. \qquad \frac{4-2}{3-2} = \frac{2}{1} \qquad + \begin{cases} 1 = 2 - 1 \\ 1 = s. \end{cases}$$

é a 1.ª pinha do ramo natural direito da madre pratica $\frac{2}{1}$.

Resumindo temos:

Urde-se a madre pratica $\frac{2}{s}$.

Passa-se a $\frac{4}{3}$	acompanhando	s	voltas	pela direita	(+)	$\frac{2}{1}$.
» a $\frac{16}{11}$	»	3	»	» esquerda	(—)	$\frac{4}{3}$.
» a $\frac{120}{83}$	»	13	»	» direita	(+)	$\frac{16}{11}$.

Os numeros de voltas são os valores de n' com os respectivos signaes. (n' refere-se á pinha de ordem s, no ramo de origem O).

Podem contar-se as filaças depois de cada nova pinha urdida sendo sufficiente o resumo que fizemos, ou não contar e attender ao valor de s o que na pratica está mais sujeito a erros.

Assim:

$\frac{4}{3}$ é a 1.ª	deduzida de	$\frac{2}{1}$	acompanhada	+ 1 volta
$\frac{16}{11}$ é a 2.ª	» »	$\frac{4}{3}$	»	— 3 »
$\frac{120}{83}$ é a 4.ª	» »	$\frac{16}{11}$	»	+ 13 »

Exemplo 7. — $\frac{63}{44}$.

$$\begin{matrix} 63 = 44 + 19 \\ 44 = 19 \times 2 + 6 \\ 19 = 6 \times 3 + 1 \end{matrix} \quad \begin{cases} 1 \\ 3 \\ 7 = m' \\ 10 = n' \end{cases} +$$

$\frac{61}{20} = 3 + \ldots\ldots \quad s = 3 \ldots\ldots$ é a 3.ª a contar de $\frac{3}{2}$ acompanhada + 10 voltas.

$$\begin{matrix} 10 = 3 \times 3 + 1 \\ 7 = 3 \times 2 + 1 \end{matrix} \Big\} + r = 3$$

E' do 3.º ramo da madre pratica $\frac{3}{2}$.

Exemplo 8. — $\frac{8}{25}$.

$$25 = 8 \times 3 + 1 \quad \left\{ \begin{array}{l} 1 = n' \\ 3 = m' \end{array} \right\} -$$

$$\frac{6}{2} = 3.$$

E' a 3.ª deduzida de $\frac{2}{7}$ (madre pratica) acompanhada — 1 voltas.

E' do ramo natural esquerdo d'esta madre.

— A taboa *1* poupa os calculos para as pinhas de *0* a *20* filaças e de *0* a *20* gomos, n'ella se obtem a ordem do ramo da pinha que lhe deu origem e o numero de voltas de que é necessario augmentar esta pinha.

— A taboa *2* indica o numero de voltas que uma pinha de *0* a *20* filaças e *0* a *20* gomos pode ser acompanhada. O signal (») indica que não existe pinha correspondente e o signal (—) indica que não levamos o estudo alem do numero de voltas que lhe corresponde.

24. — Mais algumas propriedades das pinhas.

Se forem α e β os valores de n e m correspondentes aos signaes $\pm$ de $\frac{F}{G}$, os valores de n e m para:

1.º $\frac{F}{F-G}$ são representados por $\left. \begin{array}{l} n = \alpha \\ m = \alpha - \beta \end{array} \right\}$ para os signaes $\mp$

2.º $\frac{F}{F+G}$ por $\left. \begin{array}{l} n = \alpha \\ m = \alpha + \beta \end{array} \right\}$ para os mesmos signaes $\pm$

3.º $\frac{F \pm G}{G}$ por $\left. \begin{array}{l} n = \alpha \pm \beta \\ m = \beta \end{array} \right\}$ para os mesmos signaes $\pm$

4.º $\frac{F}{G \pm F}$ por $\left. \begin{array}{l} n = \alpha \\ m = \beta \pm \alpha \end{array} \right\}$ para os mesmos signaes $\pm$

5.º $\frac{G-F}{G}$ por $\left. \begin{array}{l} n = \beta - \alpha \\ m = \beta \end{array} \right\}$ para os signaes $\mp$

O que facilmente se demonstraria.

NOTA I

Resolução da equação $nG \pm 1 = mF$.

Demonstra-se em arithmetica que ha uma só solução, para cada signal, de valores n e m inferiores a F e G e que se a um dos signaes corresponde $n = \alpha \leqq \frac{F}{2}$, $m = \beta \leqq \frac{G}{2}$ corresponde ao outro.

As soluções superiores a F e G são (n.º 17):

$$\pm\left\{\begin{array}{l}(\alpha+F),\ (\beta+G)\\(\alpha+2F),\ (\beta+2G)\\(\alpha+2F),\ (\beta+3G)\\ \quad\cdot\qquad\cdot\\ \quad\cdot\qquad\cdot\\(\alpha+rF),\ (\beta+rG)\\ \quad\cdot\qquad\cdot\\ \quad\cdot\qquad\cdot\\ \quad\cdot\qquad\cdot\end{array}\right.\qquad\mp\left\{\begin{array}{l}\big((F-\alpha)+F\big),\ \big((G-\beta)+G\big)\\\big((F-\alpha)+2F\big),\ \big((G-\beta)+2G\big)\\\big((F-\alpha)+3F\big),\ \big((G-\beta)+3G\big)\\ \qquad\cdot\qquad\qquad\cdot\\ \qquad\cdot\qquad\qquad\cdot\\\big((F-\alpha)+rF\big),\ \big((G-\beta)+rG\big)\\ \qquad\cdot\qquad\qquad\cdot\\ \qquad\cdot\qquad\qquad\cdot\\ \qquad\cdot\end{array}\right.$$

Ha dois casos a considerar $F \gtrless G$.

1.º caso $F > G$

Seja:

$$\begin{array}{l}F = G\,p + G_1 \ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \ (1)\\G = G_1\,p_1 + G_2\\G_1 = G_2\,p_2 + G_3\\ \quad\cdot\\ \quad\cdot\\ \quad\cdot\\G_{(s-1)} = G_s\,p_s + G_{(s+1)}\\G_s = G_{(s+1)}\,p_{(s+1)} \pm 1 \ldots\ldots\ldots\ldots \ (2)\end{array}$$

Eliminando G_1, G_2, G_3... $G_{(s-1)}$ entre estas igualdades teremos:

s impar

$$\begin{array}{l}G_s = G_{(s+1)}\,.\,t_{(s+1)} \mp 1\\t_{(s+1)}\,.\,G_{(s-1)} = G_s\,.\,(t_{(s+1)}\,p_s + 1) \mp 1\\t_s\,.\,G_{(s-2)} = G_{(s-1)}\,.\,(t_s\,p_{(s-1)} + t_{(s+1)}) \pm 1\\ \qquad\cdot\\ \qquad\cdot\\t_3\,.\,G_1 = G_2\,(t_3\,p_2 + t_4) \pm 1\\t_2\,.\,G = G_1\,(t_2\,p_1 + t_3) \mp 1\\t_1\,.\,F = G\,.\,(t_1\,p + t_2) \pm 1 = tG \pm 1\end{array}$$

$$\begin{array}{l}t_{(s+2)} = 1\\t_{(s+1)} = p_{(s+1)}\\t_s = p_s\,t_{(s+1)} + 1\\t_{(s-1)} = p_{(s-1)}\,t_s + t_{(s+1)}\\ \qquad\cdot\\ \qquad\cdot\\t_2 = p_2\,t_3 + t_4\\t_1 = p_1\,t_2 + t_3\\t = p\,t_1 + t_2\end{array}$$

D'onde se conclue ser:

$$n = t$$
$$m = t_1$$

tomando na equação geral o *mesmo* signal que o do segundo membro da egualdade (2).

s par, será:

$$t_3 G_1 = G_2 (t_3 p_2 + t_4) \mp 1$$
$$t_2 G = G_1 (t_2 p_1 + t_3) \pm 1$$
$$t_1 F = G (t_1 p + t_2) \mp 1 = tG \mp 1$$

D'onde se conclue ser

$$n = t$$
$$m = t_1$$

tomando-se na equação geral o signal *contrario* ao do segundo membro da egualdade (2).

2.º caso $F < G$

Substituindo *F* por *G* na egualdade (1) e fazendo racciocinios analogos aos anteriores conclue-se ser sempre:

$$n = t_1$$
$$m = t$$

Sendo *s* impar esta solução corresponde ao signal da equação geral *contrario* ao do segundo membro de F_n e sendo *s* par corresponde ao *mesmo* signal.

Exemplo 1. — $F > G$ e *s* par.

$$n.\ 29 \pm 1 = m.\ 99$$

$$= 4 \begin{cases} 99 = 29 \times 3 + 12 \\ 29 = 12 \times 2 + 5 \\ 12 = 5 \times 2 + 2 \\ 5 = 2 \times 2 + 1 \end{cases} \qquad \begin{cases} t_4 = 1 \\ t_3 = 2 \\ t_2 = 5 \\ t_1 = 12 \\ t = 41 \end{cases} -$$

$$- \begin{cases} n = 41 \\ m = 12 \end{cases} \qquad + \begin{cases} n = 58 \\ m = 17 \end{cases}$$

Soluções superiores a F e G:

$$- \begin{cases} n = 41 + r.99 \\ m = 12 + r.29 \end{cases} \qquad + \begin{cases} n = 58 + r.99 \\ m = 17 + r.29 \end{cases}$$

Exemplo 2. — $F > G$, *s* impar.

$$n = 19 \pm 1 = m \times 90$$

$$s = 3 \begin{cases} 90 = 19 \times 4 + 14 \\ 19 = 14 \times 1 + 5 \\ 14 = 5 \times 3 - 1 \end{cases} \qquad \begin{cases} t_3 = 1 \\ t_2 = 3 \\ t_1 = 4 \\ t = 19 \end{cases} -$$

$$- \begin{cases} n = 19 \\ m = 4 \end{cases} \qquad + \begin{cases} n = 71 \\ m = 15 \end{cases}$$

Soluções superiores :

$$-\begin{cases} n = 19 + r.90 \\ m = 4 + r.19 \end{cases} \qquad +\begin{cases} n = 71 + r.90 \\ m = 15 + r.17 \end{cases}$$

Exemplo 3. — $F < G$, *s* par.

$$n.17 \pm 1 = m.5$$

$$s = 2 \begin{cases} 17 = 5 \times 3 + 2 \\ 5 = 2 \times 2 + 1 \end{cases} \qquad \begin{cases} t_2 = 1 \\ \left.\begin{array}{l} t_1 = 2 \\ t = 7 \end{array}\right\} + \end{cases}$$

$$+\begin{cases} n = 2 \\ m = 7 \end{cases} \qquad -\begin{cases} n = 3 \\ m = 10 \end{cases}$$

Soluções superiores :

$$+\begin{cases} 2 + r.5 \\ 7 + r.17 \end{cases} \qquad -\begin{cases} 3 + r.5 \\ 10 + r.17 \end{cases}$$

Exemplo 4. — $F < G$, *s* impar.

$$n.67 \pm 1 = m.52$$

$$s = 3 \begin{cases} 67 = 52 \times 1 + 15 \\ 52 = 15 \times 3 + 7 \\ 15 = 7 \times 2 + 1 \end{cases} \qquad \begin{cases} t_3 = 1 \\ t_2 = 2 \\ \left.\begin{array}{l} t_1 = 7 \\ t = 9 \end{array}\right\} - \end{cases}$$

$$-\begin{cases} n = 7 \\ m = 9 \end{cases} \qquad +\begin{cases} n = 45 \\ m = 58. \end{cases}$$

Soluções superiores :

$$-\begin{cases} 7 + r.52 \\ 9 + r.67 \end{cases} \qquad +\begin{cases} 45 + r.52 \\ 58 + r.67. \end{cases}$$

TABOA I

PINHA DE F	PINHA COM G	É A S.ª	DO RAMO	DE	ACOMP. VOLTAS	OBSERVAÇÕES	PINHA DE F	PINHA COM G	É A S.ª	DO RAMO	DE	ACOMP. VOLTAS	OBSERVAÇÕES
2	1		Madre			Grupo (a) (b)	4	1		Madre			Grupo (b)
	3		»			» a)		3	1ª	N. D.	$\frac{2}{1}$	+ 1	
	5		»			» »		5	1	N. E.	$\frac{2}{3}$	— 1	
	7		»			» »		7	1	N. D.	$\frac{2}{3}$	+ 1	
	9		»			» »		9	1	N. E.	$\frac{2}{5}$	— 1	
	11		»			» »		11	1	N. D.	$\frac{2}{5}$	+ 1	
	13		»			» »		13	1	N. E.	$\frac{2}{7}$	— 1	
	15		»			» »		15	1	N. D.	$\frac{2}{7}$	+ 1	
	17		»			» »		17	1	N. E.	$\frac{2}{9}$	— 1	
	19		»			» »		19	1	N. D.	$\frac{2}{9}$	+ 1	
3	1		»			» (b)	5	1		Madre			Grupo (b)
	2		»			» (c)		2		»			» (c)
	4		»			» (e)		3		»			» (e)
	5		»			» (d)		4	1	N. D.	$\frac{3}{2}$	+ 1	
	7		»			» (e)		6	1	N. E.	$\frac{3}{4}$	— 1	
	8		»			» (d)		7		Madre			Grupo (d)
	10		»			» (e)		8		»			» (e)
	11		»			» (d)		9	1	N. D.	$\frac{3}{5}$	+ 1	
	13		»			» (e)		11	1	N. E.	$\frac{3}{7}$	— 1	
	14		»			» (d)		12		Madre			Grupo (d)
	16		»			» (e)		13		»			» (e)
	17		»			» (d)		14	1	N. D.	$\frac{3}{8}$	+ 1	
	19		»			» (e)		16	1	N. E.	$\frac{3}{10}$	— 1	
	20		»			» (d)		17		Madre			Grupo (d)

TABOA I

PINHA DE F	PINHA COM G	É A S.ª	DO RAMO	DE	ACOMP. VOLTAS	OBSERVAÇÕES	PINHA DE F	PINHA COM G	É A S.ª	DO RAMO	DE	ACOMP. VOLTAS	OBSERVAÇÕES
5	18		Madre			Grupo (e)	7	18	1ª	N. E.	$\frac{3}{8}$	— 2	
	19	1ª	N. D.	$\frac{3}{11}$	+ 1			19		Madre			Grupo (e)
6	1		Madre			Grupo (b)		20	2	N. D.	$\frac{3}{8}$	+ 1	
	5	2	N. D.	$\frac{2}{1}$	+ 1		8	1		Madre			Grupo (b)
	7	2	N. E.	$\frac{2}{3}$	— 1			3	1	1.º E.	$\frac{2}{1}$	— 3	
	11	2	N. D.	$\frac{2}{3}$	+ 1			5	1	1.º D.	$\frac{2}{1}$	+ 3	
	13	2	N. E.	$\frac{2}{5}$	— 1			7	3	N. D.	$\frac{2}{1}$	+ 1	
	17	2	N. D.	$\frac{2}{5}$	+ 1			9	3	N. E.	$\frac{2}{3}$	— 1	
	19	2	N. E.	$\frac{2}{7}$	— 1			11	1	1.º E.	$\frac{2}{3}$	— 3	
7	1		Madre			Grupo (b)		13	1	1.º D.	$\frac{2}{3}$	+ 3	
	2		»			» (c)		15	3	N. D.	$\frac{2}{3}$	+ 1	
	3	1	N. D.	$\frac{3}{1}$	+ 2			17	3	N. E.	$\frac{2}{5}$	— 1	
	4	1	N. E.	$\frac{3}{2}$	- 2			19	1	1.º E.	$\frac{2}{5}$	— 3	
	5		Madre			Grupo (e)	9	1		Madre			Grupo (b)
	6	2	N. D.	$\frac{3}{2}$	+ 1			2		»			» c)
	8	2	N. E.	$\frac{3}{4}$	— 1			4	1	N. D.	$\frac{5}{2}$	+ 2	
	9		Madre			Grupo (d)		5	1	N. E.	$\frac{5}{3}$	— 2	
	10	1	N. D.	$\frac{3}{4}$	+ 2			7		Madre			Grupo (e)
	11	1	N. E.	$\frac{3}{5}$	— 2			8	3	N. D.	$\frac{3}{2}$	+ 1	
	12		Madre			Grupo (e)		10	3	N. E.	$\frac{3}{4}$	— 1	
	13	2	N. D.	$\frac{3}{5}$	+ 1			11		Madre			Grupo (d)
	15	2	N. E.	$\frac{3}{7}$	— 1			13	1	N. D.	$\frac{5}{7}$	+ 2	
	16		Madre			Grupo (d)		14	1	N. E.	$\frac{5}{8}$	— 2	
	17	1	N. D.	$\frac{3}{7}$	+ 2			16		Madre			Grupo (e)

TABOA I

PINHA DE F	PINHA COM G	É A S.ª	DO RAMO	DE	ACOMP. VOLTAS	OBSERVAÇÕES
9	17	3.ª	N. D.	3/5	+ 1	
	19	3	N. E.	3/7	— 1	
	20		Madre			Grupo (d)
10	1		»			» (b)
	3	1	N. D.	4/1	+ 3	
	7	1	N. E.	4/3	— 3	
	9	4	N. D.	2/1	+ 1	
	11	4	N. E.	2/3	— 1	
	13	1	N. D.	4/5	+ 3	
	17	1	N. E.	4/7	— 3	
	19	4	N. D.	2/3	+ 1	
11	1		Madre			Grupo (b)
	2		»			» (c)
	3	1	1.º E.	3/1	— 4	
	4	1	N. E.	5/2	— 3	
	5	2	N. D.	3/1	+ 2	
	6	2	N. E.	3/2	— 2	
	7	1	N. D.	5/3	+ 3	
	8	1	1.º D.	3/2	+ 4	
	9		Madre			Grupo (e)
	10	4	N. D.	3/2	+ 1	
	12	4	N. E.	3/4	— 1	
	13		Madre			Grupo (d)
	14	1	1.º E.	3/4	— 4	

PINHA DE F	PINHA COM G	É A S.ª	DO RAMO	DE	ACOMP. VOLTAS	OBSERVAÇÕES
11	15	1ª	N. E.	5/7	— 3	
	16	2	N. D.	3/4	+ 2	
	17	2	N. E.	3/5	— 2	
	18	1	N. D.	5/8	+ 3	
	19	1	1.º D.	3/5	+ 4	
	20		Madre			Grupo (e)
12	1		»			» (b)
	5	1	2.º E.	2/1	— 5	
	7	1	2.º D.	2/1	+ 5	
	11	5	N. D.	2/1	+ 1	
	13	5	N. E.	2/3	— 1	
	17	1	2.º E.	2/3	— 5	
	19	1	2.º D.	2/3	+ 5	
13	1		Madre			Grupo (b)
	2		»			» (c)
	3	1	N. D.	5/1	+ 4	
	4	1	N. D.	7/2	+ 3	
	5	1	1.º D.	3/1	+ 5	
	6	2	N. D.	5/2	+ 2	
	7	2	N. E.	5/3	— 2	
	8	1	1.º E.	3/2	— 5	
	9	1	N. E.	7/5	— 3	
	10	1	N. E.	5/4	— 4	
	11		Madre			Grupo (e)

TABOA I

PINHA E F	PINHA COM G	É A S.ª	DO RAMO	DE	ACOMP. VOLTAS	OBSERVAÇÕES
13	12	5.ª	N. D.	3/2	+ 1	
	14	5	N. E.	3/4	— 1	
	15		Madre			Grupo (d)
	16	1	N. D.	5/6	+ 4	
	17	1	N D.	7/9	+ 3	
	18	1	1.º D.	3/4	+ 5	
	19	2	N. D.	5/7	+ 2	
	20	2	N. E.	5/8	— 2	
14	1		Ma re			Grnpo (b)
	3	1	1.º E.	4/1	— 5	
	5	2	1.º E.	2/1	— 3	
	9	2	1.º D.	2/1	+ 3	
	11	1	1.º D.	4/3	+ 5	
	13	6	N. D.	2/1	+ 1	
	15	6	N. E.	2/3	— 1	
	17	1	1.º E.	4/5	— 5	
	19	2	1.º E.	2/3	— 3	
15	1		Madre			Grupo (b)
	2		»			» (c)
	4	1	N. E.	7/2	— 4	
	7	3	N. D.	3/1	+ 2	
	8	3	N. E.	3/2	— 2	
	11	1	N. D.	7/5	+ 4	
	13		Madre			Grupo (e)

PINHA DE F	PINHA COM G	É A S.ª	DO RAMO	DE	ACOMP. VOLTAS	OBSERVAÇÕES
15	14	6.ª	N. D.	3/2	+ 1	
	16	6	N. E	3/4	— 1	
	17		Madre			Grupo (d)
	19	1	N. E.	7/9	— 4	
16	1		Madre			Grupo (b)
	3	1	N. D.	6/1	+ 5	
	5	2	N. D.	4/1	+ 3	
	7	1	3.º E.	2/1	— 7	
	9	1	3.º D.	2/1	+ 7	
	11	2	N. E.	4/3	— 3	
	13	1	N. E.	6/5	— 5	
	15	7	N. D.	2/1	+ 1	
	17	7	N. E.	2/3	— 1	
	19	1	N. D.	6/7	+ 5	
17	1		Madre			Grupo (b)
	2		»			» (c)
	3	1	1.º E.	5/1	— 6	
	4	1	N. D.	9/2	+ 4	
	5	1	2.º E.	3/1	— 7	
	6	2	N. E.	5/2	— 3	
	7	1	N. E.	7/3	— 5	
	8	3	N. D.	5/2	+ 2	
	9	3	N. E.	5/3	— 2	
	10	1	N. D.	7/4	+ 5	

TABOA I

PINHA DE F	PINHA COM G	É A S.ª	DO RAMO	DE	ACOMP. VOLTAS	OBSERVAÇÕES	PINHA DE F	PINHA COM G	É A S.ª	DO RAMO	DE	ACOMP. VOLTAS	OBSERVAÇÕES
17	11	2ª	N. D.	$\frac{5}{3}$	+ 3		19	7	1ª	2.º D.	$\frac{3}{1}$	+ 8	
	12	1	2.º D.	$\frac{3}{2}$	+ 7			8	1	1.º D.	$\frac{5}{2}$	+ 7	
	13	1	N. E.	$\frac{9}{7}$	— 4			9	4	N. D.	$\frac{3}{1}$	+ 2	
	14	1	1.º D.	$\frac{5}{4}$	+ 6			10	4	N. E.	$\frac{3}{2}$	— 2	
	15		Madre			Grupo (e)		11	1	1.º E.	$\frac{5}{3}$	— 7	
	16	7	N. D.	$\frac{3}{2}$	+ 1			12	1	2.º E.	$\frac{3}{2}$	— 8	
	18	7	N. E.	$\frac{3}{4}$	— 1			13	2	N. E.	$\frac{7}{5}$	— 3	
	19		Madre			Grupo (d)		14	2	1.º D.	$\frac{3}{2}$	+ 4	
	20	1	1.º D.	$\frac{5}{6}$	— 6			15	1	N. D.	$\frac{9}{7}$	+ 5	
18	1		Madre			Grupo (b)		16	1	N. E.	$\frac{7}{6}$	— 6	
	5	1	1.º D.	$\frac{4}{1}$	+ 7			17		Madre			Grupo (e)
	7	1	N. D.	$\frac{8}{3}$	+ 5			18	8	N. D.	$\frac{3}{2}$	+ 1	
	11	1	N. E.	$\frac{8}{5}$	— 5			20	8	N. E.	$\frac{3}{4}$	— 1	
	13	1	1.º E.	$\frac{4}{3}$	— 7		20	1		Madre			Grupo (b)
	17	8	N. D.	$\frac{2}{1}$	+ 1			3	1	1.º E.	$\frac{6}{1}$	— 7	
	19	8	N. E.	$\frac{2}{3}$	— 1			7	3	1.º E.	$\frac{2}{1}$	— 3	
19	1		M dre			Grupo (b)		9	1	4.º E.	$\frac{2}{1}$	— 9	
	2		»			» (c)		11	1	4.º D.	$\frac{2}{1}$	+ 9	
	3	1	N. D.	$\frac{7}{1}$	+ 6			13	3	1.º D.	$\frac{2}{1}$	+ 3	
	4	1	N. E.	$\frac{9}{2}$	— 5			17	1	1.º D.	$\frac{6}{5}$	+ 7	
	5	2	1.º E.	$\frac{3}{1}$	— 4			19	9	N. D.	$\frac{2}{1}$	+ 1	
	6	2	N. D.	$\frac{7}{2}$	+ 3								

TABOA II

PINHA DE F	PINHA COM G	VOLTAS PELA DIREITA 1	2	3	4	5	6	7
2	1	4/3	»	8/5	»	12/7	»	16/9
	3	4/7	»	8/13	»	12/19	»	16/25
	5	4/11	»	8/21	»	12/31	»	16/41
	7	4/15	»	8/29	»	12/43	»	16/57
	9	4/19	»	8/37	»	12/55	»	16/73
	11	4/23	»	8/45	»	12/67	»	16/89
	13	4/27	»	8/53	»	12/79	»	16/105
	15	4/31	»	8/61	»	12/91	»	16/121
	17	4/35	»	8/69	»	12/103	»	16/137
	19	4/39	»	8/77	»	12/115	»	16/143
3	1	»	7/3	»	»	13/5	»	—
	2	5/4	»	»	11/8	»	»	—
	4	»	7/10	»	»	13/18	»	—
	5	5/9	»	»	11/19	»	»	—
	7	»	7/17	»	»	13/31	»	—
	8	5/14	»	»	11/30	»	»	—
	10	»	7/24	»	»	13/44	»	—
	11	5/19	»	»	11/41	»	»	—
	13	»	7/31	»	»	13/57	»	—
	14	5/24	»	»	11/52	»	»	—
	16	»	7/38	»	»	13/70	»	—
	17	5/29	»	»	11/63	»	»	—
	19	»	7/45	»	»	13/83	»	—
	20	5/34	»	»	11/74	»	»	—

PINHA DE F	PINHA COM G	VOLTAS PELA ESQUERDA 1	2	3	4	5	6	7
2	1	»	»	8/3	»	12/5	»	16/7
	3	4/5	»	8/11	»	12/17	»	16/23
	5	4/9	»	8/19	»	12/29	»	16/39
	7	4/13	»	8/27	»	12/41	»	16/55
	9	4/17	»	8/35	»	12/53	»	16/71
	11	4/21	»	8/43	»	12/65	»	16/87
	13	4/25	»	8/51	»	12/77	»	16/103
	15	4/29	»	8/59	»	12/89	»	16/119
	17	4/33	»	8/67	»	12/101	»	16/135
	19	4/37	»	8/75	»	12/113	»	16/151
3	1	»	»	»	11/3	»	»	—
	2	»	7/4	»	»	13/8	»	—
	4	5/6	»	»	11/14	»	»	—
	5	»	7/11	»	»	13/21	»	—
	7	5/11	»	»	11/25	»	»	—
	8	»	7/18	»	»	13/24	»	—
	10	5/16	»	»	11/36	»	»	—
	11	»	7/25	»	»	13/47	»	—
	13	5/21	»	»	11/47	»	»	—
	14	»	7/32	»	»	13/60	»	—
	16	5/26	»	»	11/58	»	»	—
	17	»	7/39	»	»	13/73	»	—
	19	5/31	»	»	11/69	»	»	—
	20	»	7/46	»	»	13/86	»	—

TABOA II

PINHA		VOLTAS PELA DIREITA						
DE F	COM G	1	2	3	4	5	6	7
4	1	»	»	10/3	»	»	»	18/5
	3	6/5	»	»	»	14/11	»	»
	5	»	»	10/13	»	»	»	18/23
	7	6/11	»	»	»	14/25	»	»
	9	»	»	10/23	»	»	»	18/41
	11	6/17	»	»	»	14/39	»	»
	13	»	»	10/33	»	»	»	18/59
	15	6/23	»	»	»	14/53	»	»
	17	»	»	10/43	»	»	»	18/77
	19	6/29	»	»	»	14/67	»	»
5	1	»	»	»	13/3	»	»	—
	2	»	9/4	»	»	»	»	—
	3	»	»	11/7	»	»	»	—
	4	7/6	»	»	»	»	17/14	—
	6	»	»	»	13/16	»	»	—
	7	»	9/13	»	»	»	»	—
	8	»	»	11/18	»	»	»	—
	9	7/13	»	»	»	»	17/31	—
	11	»	»	»	13/29	»	»	—
	12	»	9/22	»	»	»	»	—
	13	»	»	11/29	»	»	»	—
	14	7/20	»	»	»	»	17/48	—
	16	»	»	»	13/42	»	»	—
	17	»	9/31	»	»	»		—

PINHA		VOLTAS PELA ESQUERDA						
DE F	COM G	1	2	3	4	5	6	7
4	1	»	»	»	»	14/3	»	»
	3	»	»	10/7	»	»	»	18/13
	5	6/7	»	»	»	14/17	»	»
	7	»	»	10/17	»	»	»	18/31
	9	6/15	6/13	»	»	14/31	»	»
	11	»	»	10/27	»	»	»	18/49
	13	6/19	»	»	»	14/45	»	»
	15	»	»	10/37	»	»	»	18/67
	17	6/25	»	»	»	14/59	»	»
	19	»	»	10/47	»	»	»	18/85
5	1	»	»	»	»	»	17/3	—
	2	»	»	11/4	»	»	»	—
	3	»	9/5	»	»	»	»	—
	4	»	»	»	13/10	»	»	—
	6	7/8	»	»	»	»	17/20	—
	7	»	»	11/15	»	»	»	—
	8	»	9/14	»	»	»	»	—
	9	»	»	»	13/23	»	»	—
	11	7/15	»	»	»	»	17/37	—
	12	»	»	11/26	»	»	»	—
	13	»	9/23	»	»	»	»	—
	14	»	»	»	13/36	»	»	—
	16	7/22	»	»	»	»	17/54	—
	17	»	»	11/37	»	»	»	—

TABOA II

PINHA DE F	PINHA COM G	VOLTAS PELA DIREITA 1	2	3	4	5	6	7
5	18	»	»	11/40	»	»	»	—
	19	7/27	»	»	»	»	17/65	—
6	1	»	»	»	»	16/3	»	»
	5	8/7	»	»	»	»	»	20/17
	7	»	»	»	»	16/19	»	»
	11	8/15	»	»	»	»	»	20/37
	13	»	»	»	»	16/35	»	»
	17	8/23	»	»	»	»	»	20/57
	19	»	»	»	»	16/51	»	»
7	1	»	»	»	»	»	19/3	»
	2	»	»	13/4	»	»	»	»
	3	»	11/5	»	»	»	»	»
	4	»	»	»	»	17/10	»	»
	5	»	»	»	15/11	»	»	»
	6	9/8	»	»	»	»	»	»
	8	»	»	»	»	»	19/22	»
	9	»	»	13/17	»	»	»	»
	10	»	11/16	»	»	»	»	»
	11	»	»	»	»	17/27	»	»
	12	»	»	»	15/26	»	»	»
	13	9/17	»	»	»	»	»	»
	15	»	»	»	»	»	19/41	»
	16	»	»	13/30	»	»	»	»
	17	»	11/27	»	»	»	»	»

PINHA DE F	PINHA COM G	VOLTAS PELA ESQUERDA 1	2	3	4	5	6	7
5	18	»	9/32	»	»	»	»	—
	19	»	»	»	13/49	»	»	—
6	1	»	»	»	»	»	»	20/3
	5	»	»	»	»	16/13	»	»
	7	8/9	»	»	»	»	»	20/23
	11	»	»	»	»	16/29	»	»
	13	8/17	»	»	»	»	»	20/43
	17	»	»	»	»	16/45	»	»
	19	8/25	»	»	»	»	»	20/63
7	1	»	»	»	»	»	»	»
	2	»	»	»	15/4	»	»	»
	3	»	»	»	»	17/7	»	»
	4	»	11/6	»	»	»	»	»
	5	»	»	13/9	»	»	»	»
	6	»	»	»	»	»	19/16	»
	8	9/10	»	»	»	»	»	»
	9	»	»	»	15/19	»	»	»
	10	»	»	»	»	17/24	»	»
	11	»	11/17	«	»	»	»	»
	12	»	»	13/22	»	»	»	»
	13	»	»	»	»	»	19/35	»
	15	9/19	»	»	»	»	»	»
	16	»	»	»	15/34	»	»	»
	17	»	»	»	»	17/41	»	»

TABOA II

PINHA DE F	PINHA COM G	VOLTAS PELA DIREITA 1	2	3	4	5	6	7	8
7	18	»	»	»	»	17/44	»	»	–
	19	»	»	»	15/41	»	»	»	–
	20	9/26	»	»	»	»	»	»	»
8	1	»	»	»	»	»	»	22/3	»
	3	»	»	»	»	18/7	»	»	»
	5	»	»	14/9	»	»	»	»	»
	7	10/9	»	»	»	»	»	»	»
	9	»	»	»	»	»	»	22/25	»
	11	»	»	»	»	18/25	»	»	»
	13	»	»	14/23	»	»	»	»	»
	15	10/19	»	»	»	»	»	»	»
	17	»	»	»	»	»	»	22/47	»
	19	»	»	»	»	18/43	»	»	»
9	1	»	»	»	»	»	»	»	25/3
	2	»	»	»	17/4	»	»	»	»
	4	»	13/6	»	»	»	»	»	»
	5	»	»	»	»	»	»	23/13	»
	7	»	»	»	»	19/15	»	»	»
	8	11/10	»	»	»	»	»	»	»
	10	»	»	»	»	»	»	»	25/28
	11	»	»	»	17/21	»	»	«	»
	13	»	13/19	»	»	»	»	»	»
	14	»	»	»	»	»	»	23/36	»
	16	•	»	»	»	19/34	•	»	»

PINHA DE F	PINHA COM G	VOLTAS PELA ESQUERDA 1	2	3	4	5	6	7	8
7	18	»	11/28	»	»	»	»	»	–
	19	»	»	13/35	»	»	»	»	–
	20	»	»	»	»	»	19/54	»	–
8	1	»	»	»	»	»	»	»	»
	3	»	»	14/5	»	»	»	»	»
	5	»	»	»	»	18/11	»	»	»
	7	»	»	»	»	»	»	22/19	»
	9	10/11	»	»	»	»	»	»	»
	11	»	»	14/19	»	»	»	»	»
	13	»	»	»	»	18/29	»	»	»
	15	»	»	»	»	»	»	22/41	»
	17	10/21	»	»	»	»	»	»	»
	19	»	»	14/33	»	»	»	»	»
9	1	»	»	»	»	»	»	»	»
	2	»	»	»	»	19/4	»	»	»
	4	»	»	»	»	»	»	23/10	»
	5	»	13/7	»	»	»	»	»	»
	7	»	»	»	17/13	»	»	»	»
	8	»	»	»	»	»	»	»	25/22
	10	11/12	»	»	»	»	»	»	»
	11	»	»	»	»	19/23	»	»	»
	13	»	»	»	»	»	»	23/33	»
	14	»	13/20	»	»	»	»	»	»
	16	»	»	»	17/30	»	»	»	»

TABOA II

PINHA		VOLTAS PELA DIREITA										
DE F	COM G	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
9	17	11/21	»	»	»	»	»	»	»	»	—	—
	19	»	»	»	»	»	»	»	25/53	»	—	—
	20	»	»	»	17/38	»	»	»	»	»	—	—
10	1	»	»	»	»	»	»	»	»	28/3	»	—
	3	»	»	16/5	»	»	»	»	»	»	»	—
	7	»	»	»	»	»	»	24/17	»	»	»	—
	9	12/11	»	»	»	»	»	»	»	»	»	—
	11	»	»	»	»	»	»	»	»	28/31	»	—
	13	»	»	16/21	»	»	»	»	»	»	»	—
	17	»	»	»	»	»	»	24/41	»	»	»	—
	19	12/23	»	»	»	»	»	»	»	»	»	—
11	1	»	»	»	»	»	»	»	»	»	31/3	»
	2	»	»	»	»	»	23/4	»	»	»	»	»
	3	»	»	»	»	»	»	25/7	»	»	»	»
	4	»	»	»	»	»	»	»	27/10	»	»	»
	5	»	15/7	»	»	»	»	»	»	»	»	»
	6	»	»	»	»	»	»	»	»	29/16	»	»
	7	»	»	17/11	»	»	»	»	»	»	»	»
	8	»	»	»	19/14	»	»	»	»	»	»	»
	9	»	»	»	»	21/17	»	»	»	»	»	»
	10	13/12	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»
	12	»	»	»	»	»	»	»	»	»	31/34	»
	13	»	»	»	»	»	23/27	»	»	»	»	»
	14	»	»	»	»	»	»	25/32	»	»	»	»

PINHA		VOLTAS PELA ESQUERDA										
DE F	COM G	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
9	17	»	»	»	»	»	»	»	25/47	»	—	—
	19	11/23	»	»	»	»	»	»	»	»	—	—
	20	»	»	»	»	19/42	»	»	»	»	—	—
10	1	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	—
	3	»	»	«	»	»	»	24/7	»	»	»	—
	7	»	»	16/11	»	»	»	»	»	»	»	—
	9	»	»	»	»	»	»	»	»	28/25	»	—
	11	12/13	»	»	»	»	»	»	»	»	»	—
	13	»	»	»	»	»	»	24/31	»	»	»	—
	17	»	»	16/27	»	»	»	»	»	»	»	—
	19	»	»	»	»	»	»	»	»	28/53	»	—
11	1	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»
	2	»	»	»	»	21/4	»	»	»	»	»	»
	3	»	»	»	19/5	»	»	»	»	»	»	»
	4	»	»	17/6	»	»	»	»	»	»	»	»
	5	»	»	»	»	»	»	»	»	29/13	»	»
	6	»	15/8	»	»	»	»	»	»	»	»	»
	7	»	»	»	»	»	»	»	27/17	»	»	»
	8	»	»	»	»	»	»	25/18	»	»	»	»
	9	»	»	»	»	»	23/19	»	»	»	»	»
	10	»	»	»	»	»	»	»	»	»	31/28	»
	12	13/14	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»
	13	«	»	»	»	21/25	»	»	»	»	»	»
	14	«	»	»	19/24	»	»	»	»	»	»	»

TABOA II

PINHA		VOLTAS PELA DIREITA												
DE F	COM G	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
11	15	»	»	»	»	»	»	»	27/37	»	»	»	—	—
	16	»	15/22	»	»	»	»	»	»	»	»	»	—	—
	17	»	»	»	»	»	»	»	»	29/45	»	»	—	—
	18	»	»	17/28	»	»	»	»	»	»	»	»	—	—
	19	»	»	»	19/33	»	»	»	»	»	»	»	—	—
	20	»	»	»	»	21/38	»	»	»	»	»	»	—	—
12	1	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	34/3	—	—
	5	»	»	»	»	»	»	26/11	»	»	»	»	—	—
	7	»	»	»	»	22/13	»	»	»	»	»	»	»	—
	11	14/13	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	—
	13	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	34/37	»	—
	17	»	»	»	»	»	»	26/37	»	»	»	»	»	—
	19	»	»	»	»	22/35	»	»	»	»	»	»	»	—
13	1	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	37/3	»
	2	»	»	»	»	»	25/4	»	»	»	»	»	»	»
	3	»	»	»	21/5	»	»	»	»	»	»	»	»	»
	4	»	»	19/6	—	»	»	»	»	»	»	»	»	»
	5	»	»	»	»	23/9	»	»	»	»	»	»	»	»
	6	»	17/8	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»
	7	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	35/19	»	»
	8	»	»	»	»	»	»	»	29/18	»	»	»	»	»
	9	»	»	»	»	»	»	»	»	»	33/23	»	»	»
	10	»	»	»	»	»	»	»	»	31/24	»	»	»	»
	11	»	»	»	»	»	»	27/23	»	»	»	»	»	»

TABOA II

PINHA		VOLTAS PELA ESQUERDA												
DE F	COM G	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
11	15	»	»	17/23	»	»	»	»	»	»	»	»	–	–
	16	»	»	»	»	»	»	»	»	29/42	»	»	–	–
	17	»	15/23	»	»	»	»	»	»	»	»	»	–	–
	18	»	»	»	»	»	»	»	27/44	»	»	»	–	–
	19	»	»	»	»	»	»	25/43	»	»	»	»	–	–
	20	»	»	»	»	»	23/42	»	»	»	»	»	–	–
12	1	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	–	–
	5	»	»	»	»	22/9	»	»	»	»	»	»	–	–
	7	»	»	»	»	»	»	26/15	»	»	»	»	»	–
	11	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	34/31	»	–
	13	14/15	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	–
	17	»	»	»	»	22/31	»	»	»	»	»	»	»	–
	19	»	»	»	»	»	»	26/41	»	»	»	»	»	–
13	1	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»
	2	»	»	»	»	»	»	27/4	»	»	»	»	»	»
	3	»	»	»	»	»	»	»	»	31/7	»	»	»	»
	4	»	»	»	»	»	»	»	»	»	33/10	»	»	»
	5	»	»	»	»	»	»	»	29/11	»	»	»	»	»
	6	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	35/16	»	»
	7	»	17/9	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»
	8	»	»	»	»	23/14	»	»	»	»	»	»	»	»
	9	»	»	19/13	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»
	10	»	»	»	21/16	»	»	»	»	»	»	»	»	»
	11	»	»	»	»	»	25/21	»	»	»	»	»	»	»

TABOA II

PINHA		VOLTAS PELA DIREITA														
DE F	COM G	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
13	12	15/14	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	–	–
	14	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	37/40	»	–	–
	15	»	»	»	»	»	25/29	»	»	»	»	»	»	»	–	–
	16	»	»	»	21/26	»	»	»	»	»	»	»	»	»	–	–
	17	»	»	19/25	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	–	–
	18	»	»	»	»	23/32	»	»	»	»	»	»	»	»	–	–
	19	»	17/25	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	–	–
	20	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	35/54	»	»	–	–
14	1	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	40/3	–	–
	3	»	»	»	»	»	»	»	»	32/7	»	»	»	»	–	–
	5	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	36/13	»	»	–	–
	9	»	»	20/13	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	–	–
	11	»	»	»	»	24/19	»	»	»	»	»	»	»	»	–	–
	13	16/15	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	–	–
	15	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	40/43	–	–
	17	»	»	»	»	»	»	»	»	32/39	»	»	»	»	–	–
	19	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	36/49	»	»	»	–
15	1	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	43/3	»
	2	»	»	»	»	»	»	29/4	»	»	»	»	»	»	»	»
	4	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	37/10	»	»	»	»
	7	»	19/9	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»
	8	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	41/22	»	»
	11	»	»	»	23/17	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»
	13	»	»	»	»	»	»	»	31/27	»	»	»	»	»	»	»

TABOA II

PINHA		VOLTAS PELA ESQUERDA														
DE F	COM G	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
13	12	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	37/34	»	—	—
	14	15/16	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	—	—
	15	»	»	»	»	»	»	27/31	»	»	»	»	»	»	—	—
	16	»	»	»	»	»	»	»	»	31/38	»	»	»	»	—	—
	17	»	»	»	»	»	»	»	»	»	33/43	»	»	»	—	—
	18	»	»	»	»	»	»	»	29/40	»	»	»	»	»	—	—
	19	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	35/51	»	»	—	—
	20	»	17/26	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	—	—
14	1	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	—	—
	3	»	»	»	»	24/5	»	»	»	»	»	»	»	»	—	—
	5	»	»	20/7	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	—	—
	9	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	36/23	»	»	—	—
	11	»	»	»	»	»	»	»	»	32/25	»	»	»	»	—	—
	13	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	40/37	—	—
	15	16/17	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	—	—
	17	»	»	»	»	24/29	»	»	»	»	»	»	»	»	—	—
	19	»	»	20/27	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	—
15	1	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»
	2	»	»	»	»	»	»	»	31/4	»	»	»	»	»	»	»
	4	»	»	»	23/6	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»
	7	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	41/19	»	»
	8	»	19/10	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»
	11	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	37/27	»	»	»	»
	13	»	»	»	»	»	»	29/25	»	»	»	»	»	»	»	»

TABOA II

PINHA		VOLTAS PELA DIREITA															
DE F	COM G	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
15	14	17/16	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	–
	16	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	43/46	»	–
	17	»	»	»	»	»	»	29/33	»	»	»	»	»	»	»	»	–
	19	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	37/47	»	»	»	»	–
16	1	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	46/3	»
	3	»	»	»	»	26/5	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»
	5	»	»	22/7	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»
	7	»	»	»	»	»	»	»	»	34/15	»	»	»	»	»	»	»
	9	»	»	»	»	»	»	30/17	»	»	»	»	»	»	»	»	»
	11	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	42/29	»	»	»
	13	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	38/31	»	»	»	»	»
	15	18/17	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»
	17	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	46/49	»
	19	»	»	»	»	26/31	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»
17	1	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	49/3
	2	»	»	»	»	»	»	»	33/4	»	»	»	»	»	»	»	»
	3	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	39/7	»	»	»	»	»
	4	»	»	»	25/6	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»
	5	»	»	»	»	»	»	»	»	»	37/11	»	»	»	»	»	»
	6	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	45/15	»	»
	7	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	41/17	»	»	»	»
	8	»	21/10	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»
	9	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	47/25	»
	10	»	»	»	»	27/16	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»

TABOA II

PINHA		VOLTAS PELA ESQUERDA															
DE F	COM G	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
15	14	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	43/40	»	—
	16	17/18	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	—
	17	»	»	»	»	»	»	»	31/35	»	»	»	»	»	»	»	—
	19	»	»	»	23/29	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	—
16	1	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»
	3	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	38/7	»	»	»	»	»
	5	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»		42/13	»	»	»
	7	»	»	»	»	»	»	30/13	»	»	»	»	»	»	»	»	»
	9	»	»	»	»	»	»	»	»	34/19	»	»	»	»	»	»	»
	11	»	»	22/15	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»
	13	»	»	»	»	26/21	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»
	15	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	46/43	»
	17	18/19	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»
	19	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	38/45	»	»	»	»	»
17	1	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»
	2	»	»	»	»	»	»	»	»	35/4	»	»	»	»	»	»	»
	3	»	»	»	»	»	29/5	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»
	4	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	43/10	»	»	»
	5	»	»	»	»	»	»	31/9	»	»	»	»	»	»	»	»	»
	6	»	»	23/8	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»
	7	»	»	»	»	27/11	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»
	8	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	47/22	»
	9	»	21/11	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»
	10	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	41/24	»	»	»	»

TABOA II

PINHA		VOLTAS PELA DIREITA																	
DE F	COM G	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
17	11	»	»	23/15	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	–
	12	»	»	»	»	»	»	31/22	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	–
	13	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	43/33	»	»	»	»	–
	14	»	»	»	»	»	29/24	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	–
	15	»	»	»	»	»	»	»	»	35/31	»	»	»	»	»	»	»	»	–
	16	19/18	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	–
	18	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	49/52	»	–
	19	»	»	»	»	»	»	»	33/37	»	»	»	»	»	»	»	»	»	–
	20	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	39/46	»	»	»	»	»	»	–
18	1	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	52/3	»
	5	»	»	»	»	»	»	32/9	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»
	7	»	»	»	»	28/11	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»
	11	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	44/27	»	»	»	»	»
	13	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	40/29	»	»	»	»	»	»	»
	17	20/19	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»
	19	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	52/55	»
19	1	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	55/3
	2	»	»	»	»	»	»	»	»	37/4	»	»	»	»	»	»	»	»	»
	3	»	»	»	»	»	31/5	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»
	4	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	47/10	»	»	»	»
	5	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	49/13	»	»	»
	6	»	»	25/8	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»
	7	»	»	»	»	»	»	»	35/13	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»
	8	»	»	»	»	»	»	33/14	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»

TABOA II

PINHA		VOLTAS PELA ESQUERDA																	
DE F	COM G	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
17	11	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	45/29	»	»	»	—
	12	»	»	»	»	»	»	»	»	»	37/26	»	»	»	»	»	»	»	—
	13	»	»	»	25/19	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	—
	14	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	39/32	»	»	»	»	»	»	—
	15	»	»	»	»	»	»	»	33/29	»	»	»	»	»	»	»	»	»	—
	16	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	49/46	»	—
	18	19/20	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	—
	19	»	»	»	»	»	»	»	»	35/44	»	»	»	»	»	»	»	»	—
	20	»	»	»	»	»	29/34	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	—
18	1	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»
	5	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	40/11	»	»	»	»	»	»	»
	7	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	44/17	»	»	»	»	»
	11	»	»	»	»	28/17	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»
	13	»	»	»	»	»	»	32/23	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»
	17	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	52/49	»
	19	20/21	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»
19	1	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»
	2	»	»	»	»	»	»	»	»	»	39/4	»	»	»	»		»	»	»
	3	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	45/7	»	»	»	»	»
	4	»	»	»	»	29/6	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»
	5	»	»	»	27/7	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»
	6	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	51/16	»	»
	7	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	41/15	»	»	»	»	»	»	»
	8	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	43/18	»	»	»	»	»	»

TABOA II

PINHA		VOLTAS PELA DIREITA																		
DE F	COM G	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
19	9	»	23/11	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	–
	10	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	53/28	»	–
	11	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	43/25	»	»	»	»	»	»	–
	12	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	41/26	»	»	»	»	»	»	»	–
	13	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	51/35	»	»	–
	14	»	»	»	27/20	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	–
	15	»	»	»	»	29/23	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	–
	16	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	45/38	»	»	»	»	»	–
	17	»	»	»	»	»	»	»	»	»	39/35	»	»	»	»	»	»	»	»	–
	18	21/20	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»
	20	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	55/58	»
20	1	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	58/3
	3	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	46/7	»	»	»	»	»	»
	7	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	54/19	»	»
	9	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	42/19	»	»	»	»	»	»	»	»
	11	»	»	»	»	»	»	»	»	38/21	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»
	13	»	»	26/17	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»
	17	»	»	»	»	»	»	34/29	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»
	19	22/21	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»
		»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»

TABOA II

PINHA		VOLTAS PELA ESQUERDA																		
DE F	COM G	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
19	9	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	53/25	»	—
	10	»	23/12	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	—
	11	»	»	»	»	»	»	33/19	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	—
	12	»	»	»	»	»	»	»	35/22	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	—
	13	»	»	25/17	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	—
	14	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	49/36	»	»	»	—
	15	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	47/37	»	»	»	»	—
	16	»	»	»	»	»	31/26	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	—
	17	»	»	»	»	»	»	»	»	37/33	»	»	»	»	»	»	»	»	»	—
	18	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	55/52	»
	20	21/22	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»
20	1	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»
	3	»	»	»	»	»	»	34/5	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»
	7	»	»	26/9	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»
	9	»	»	»	»	»	»	»	»	38/17	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»
	11	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	42/23	»	»	»	»	»	»	»	»
	13	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	54/35	»	»
	17	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	46/39	»	»	»	»	»	»
	19	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	58/55
		»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»

Fig. 1 Pinha de [illegible]

Fig. 2 Pinha de $^{3}/_{1}$

Fig. 3 Pinha de [illegible]

Fig. 4 Pinha de [illegible]

Fig. 5 Pinha de $^{5}/_{2}$

Fig. 7 Pinha de $^{7}/_{2}$ urdida

Fig. 6 Pinha de $^{7}/_{2}$ em principio

Fig. 8 Começo da pinha de [illegible] ($^{3}/_{1}$ acompanhada duas voltas pela direita)

Fig. 9 Pinha de $^{3}/_{1}$ (acompanhada duas voltas pela direita)

Fig. 10 continuação da Fig. 9

Fig. 11 Pinha de $^{7}/_{3}$ (vide figs. 8, 9 e 10)

Fig. 12 Pinha de [illegible] (no principio de ser acompanhada uma volta pela direita)

Fig. 13 Começo de acompanhamento da pinha de $^{2}/_{1}$ pela esquerda

Fig. 14 Começo da pinha de $^{7}/_{5}$

Fig. 15 Pinha de [illegible]

ERRATAS

Pag.	Linha	Onde se lê	Deve ler-se
8	nota	proprios	proprias
14	29	$\pm$	$\mp$
15	1	(6)	7)
»	7	F^0	F_0
»	20	$\left\{ \begin{matrix} 1 \\ 6 = m' \\ 7 = n' \end{matrix} \right.$	$-\left\{ \begin{matrix} 1 \\ 6 = m' \\ 7 = n' \end{matrix} \right.$
16	8		— etc. —
17	19	$1 = n$	$1 = n'$
»	26	das pinhas	da pinha
18	4	$\frac{F_0}{g_0}, \frac{F_1}{g_1}, \ldots \frac{F_s}{g_s}$	$\frac{F_0}{G_0}, \frac{F_1}{G_1}, \ldots \frac{F_s}{G_s}$
19	20	$m'_s \quad 17$	$m'_s = 16$
21	6	$1 = s$	$1 = 1$
»	9	$\frac{2}{s}$	$\frac{2}{1}$
»	10	s voltas	1 volta
22	5	voltas	volta
23	4	$(\alpha + 2F)$	$(\alpha + 3F)$
»	22	$G_{(s \quad 1)}$	$G_{(s+1)}$
»	25	∓ 1	± 1
25	20	$= 4$	$s = 4$
29	9	Ma re	Madre
30	17	M dre	Madre
32	Col.ª 2, Linha 5, $\frac{6}{13}$		»